

Daniel A. Di Liscia*

***La conclusio pulchra, mirabilis et bona: una ingeniosa demostración atribuible a Nicole Oresme*¹**

The *conclusio pulchra, mirabilis et bona*: an ingenious demonstration attributable to Nicole Oresme

Abstract

Hardly any other concept has occupied the minds of philosophers and scientists as much as the concept of infinity. Late medieval philosophy is not an exception. Especially within the context of the so-called *calculatores* tradition a new approach emerged which prioritised the analysis of physical, mathematical, and logical problems over the determination of the essence of infinity and its definition. From the fourteenth century onward, it was not unusual in this context to discuss in detail some special cases of motion which included an augmentation *in infinitum* of the “degrees of velocity”.

* Scientific collaborator at the *Munich Center for Mathematical Philosophy*, Ludwig-Maximilians-Universität München; d.diliscia@lrz.uni-muenchen.de.

¹ El presente trabajo ha sido completado en el marco de mi proyecto «Die Geometrisierung der Metaphysik im Spätmittelalter: Jacobus de Neapoli und die Tradition *De perfectione specierum*», financiado por la *Deutsche Forschungsgemeinschaft* (proyecto LI 2597/1-1). Agradezco a Aníbal Szapiro por su atenta lectura de este trabajo y sus valiosas sugerencias sobre la tabla comparativa de los manuscritos.

Abreviaciones empleadas:

DC = *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum*

CM = *conclusio mirabilis*

TL = *Tractatus de latitudinibus*

LC = *Liber calculationum*

LF = *Tractatus de latitudinibus formarum*

UD = *De uniformitate et deformitate* (sic!)

Pal = primer pasaje aclaratorio luego de CM

Pa2 = segundo pasaje aclaratorio luego de CM.

This paper focuses on a particular case, the “conclusio mirabilis”, a demonstration to which Oresme could have self-referred in this treatise *De configurationibus* as a “more subtle and more difficult” proof. Whereas this short text has until now been analysed according to only one manuscript, the present contribution involves a research regarding a text conglomerate made up of at least seven manuscripts which are somehow mutually connected. It is argued that an attribution of this demonstration to Oresme is, with due caution, possible, even if further research is still needed to determine the original shape of the text. In addition, this paper includes a short reference to two later important authors, Biagio Pelacani da Parma and Jacques Almain, whose reception of the *conclusio mirabilis* remained unnoticed in the scholarship until now.

Keywords: Medieval science; Physics; Mathematics; Arithmetic; Geometry; Logic; Demonstration; Proof; Consequences; Infinite series; Infinity; Continuity; Motion; Velocity; Acceleration; Intensification of forms; Latitude; Uniformity/diformity; *Sophismata*.

Ancient and medieval authors: Walter Burley; Thomas Bradwardine; Richard Swineshead; William Heytesbury; Richard Kilvington; John Bode; Nicole Oresme; Biagio Pelacani da Parma; Jacques Almain; John Maior.

Resumen

Probablemente no exista otro concepto que haya ocupado tanto las mentes de filósofos y científicos como el concepto de infinito. La filosofía tardo-medieval no es una excepción. Especialmente dentro del contexto de la llamada tradición de los calculadores, surgió un nuevo enfoque que priorizaba el análisis de problemas físicos, matemáticos y lógicos sobre la determinación de la esencia del infinito y su definición. Desde el siglo XIV en adelante, no era inusual en este contexto discutir en detalle algunos casos especiales de movimientos que incluían un aumento al infinito de los “grados de velocidad”.

Este artículo se concentra en un caso particular, la “conclusio mirabilis”, una demostración a la que Oresme podría haberse referido en el tratado *De configurationibus* como una prueba “más sutil y más difícil”. Mientras que este breve texto ha sido analizado hasta ahora según un único manuscrito, la presente contribución involucra un estudio de un conglomerado de textos compuesto por al menos siete manuscritos que de alguna manera están mutuamente conectados. Se argumenta que una atribución de esta demostración a Oresme es, con la debida precaución, posible, incluso si todavía se necesita más investigación para determinar la forma original del texto. Además, este artículo incluye una breve referencia a dos autores importantes posteriores, Biagio Pelacani da Parma y Jacques Almain, cuya recepción de la *conclusio mirabilis* permaneció inadvertida en la investigación hasta ahora.

Palabras clave: Ciencia medieval; Física; Matemáticas; Aritmética; Geometría; Lógica; Demostración; Prueba; Consecuencias; Series Infinitas; Infinito; Continuidad; Movimiento; Velocidad; Aceleración; Intensificación de las formas; Latitud; Uniformidad/disformidad; *Sophismata*.

Autores antiguos y medievales: Walter Burley; Thomas Bradwardine; Richard Swineshead; William Heytesbury; Richard Kilvington; John Bode; Nicole Oresme; Biagio Pelacani da Parma; Jacques Almain; John Maior.

Introducción

En su *Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum* Nicole Oresme intenta poner los fundamentos de una nueva disciplina, la doctrina de las *configu-*

rationes, consistente en la aplicación «*secundum imaginationem*» de la geometría a todos los fenómenos en los que esté involucrado algún tipo de intensidad o intensificación (*intensio*). Dentro de ellos se cuentan, ciertamente, varios tipos de variación y distribución de cualidades y movimientos. Al final de uno de los capítulos más impactantes de la obra, en medio del tratamiento de procesos de aumentos y disminuciones intensivos *in infinitum*, Oresme señala haber ya dado una demostración «más sutil y más difícil» de una proposición que acaba de probar geoméricamente.

No sólo la proposición misma, sino especialmente el particular modo de probarla sin recurrir a la geometría, es algo que ha fascinado tanto a la historiografía moderna como –algo menos conocido– a varios autores desde el siglo XIV hasta el XVI. Se trata de un excelente ejemplo de la manera de tratar algunos problemas relativos al infinito característica de los «*calculatores*», una manera que, por lo demás, ilustra muy bien los distintos enfoques en el análisis matemático de uno y el mismo problema: el aumento al infinito de una magnitud intensiva.

En este breve trabajo, concentraré mi atención en el problema histórico de la transmisión de un texto muy breve pero realmente significativo que contiene esa prueba y que, de acuerdo al estado actual de la investigación puede ser, con la debida precaución, atribuido a Oresme. En primer lugar, voy a explicar brevemente el trasfondo a partir del cual surge esta prueba refiriéndome tanto al *Liber calculationum* de Richard Swineshead como al tratado *De configurationibus* de Oresme (sección 1). En un segundo paso (sección 2), explicaré brevemente la prueba o «conclusión» misma. Finalmente, no pudiendo demorar más la publicación de una investigación que he comenzado ya hace casi veinte años sin hacer peligrar mi propia autoría, pondré a disposición la información más importante relativas a la transmisión del texto. En el futuro llevaré a cabo una edición a partir de todos estos materiales. En esta sección (3a), describiré brevemente las diferentes fuentes que contienen este texto o hacen referencias a él. Además de incluir los manuscritos correspondientes, me referiré brevemente a dos autores (3b) que hasta ahora han pasado desapercibidos a pesar de ser dos protagonistas importantes en esta historia: el famoso filósofo Biagio Pelacani da Parma y el teólogo y filósofo del círculo de John Maior, hoy menos conocido, pero igualmente digno de atención, Jacques Almain.

1. Richard Swineshead (*Liber calculationum*) y Nicole Oresme (*De configurationibus*)

Después de haber discutido en el primer tratado de su *Liber calculationum* (= LC) distintas posiciones sobre el criterio de medición más adecuado para la intensificación y disminución intensiva de las cualidades, Richard Swineshead se detiene en el segundo tratado en el estudio de los distintos tipos de «disformidad» (*difformitas*)². Aquí, el *Calculator* discute una determinada opinión sobre la medida de las cualidades disformes. En toda la obra, Swineshead construye su argumentación – i.e. tanto la exposición de tesis que defiende como las que refuta – empleando implicaciones (*consequentie*), muchas veces usando cadenas de implicaciones o incluso incluyendo una consecuencia dentro del antecedente o del consecuente, los cuales deberán ser afirmados o negados según se apliquen (sin mencionar) las reglas del *modus ponens* o del *modus tollens*. No es improbable que sea justamente éste el motivo por el cual autores posteriores vuelvan una y otra vez sobre problema discutido aquí, tratando no sólo de mejorar la prueba de una afirmación fundamental (de la que trataré en este artículo) sino también de clarificar la lógica subyacente a la prueba. En este caso, Swineshead discute una objeción al criterio de medición propuesto según la cual, si se lo aceptara, se derivaría que «...si la primera parte proporcional de algo fuera intensa de alguna manera y la segunda el doble más intensa y la tercera el triple y así *in infinitum*, el todo sería igualmente intenso como es la segunda parte proporcional»³.

² En general sobre el LC, véase, J.E. Murdoch – E.D. Sylla, «Swineshead (Swyneshed, Suicet, etc.), Richard», in *Dictionary of Scientific Biography*, vol. XIII, Charles Scribner, New York 1976, pp. 184-213. Sobre el primer tratado *De intensione et remissione*, M. Clagett, «Richard Swineshead and Late Medieval Physics: I. The Intension and Remission of Qualities (1)», *Osiris* 9 (1950) 131-161.

³ «Contra quam positionem et eius fundamentum arguitur sic: quia sequeretur quod, si prima pars proportionalis alicuius esset aliquantulum intensa et secunda in duplo intensior et tertia in triplo et sic in infinitum, totum esset eque intensum precise sicut est secunda pars proportionalis». La continuación inmediata del texto es: «quod tamen non videtur verum. Nam apparet [ex illa conclusione: *add. C*] quod illa qualitas est infinita. Ergo si sit sine contrario infinite denominabit suum subiectum» (edición *Subtilissimi Ricardi [sic] Suiseth Anglici calculationes...*, Venetiae 1520, f. 6^{va}). *C* = Ms. Cambridge, Gonville and Caius 499/268, f. 168^{va}. Para más manuscritos véase Murdoch – Sylla, «Swineshead...», cit., p. 211 y R. Podkoński, «Richard Swineshead's *Liber calculationum* in Italy: Some Remarks on Manuscripts, Editions and Dissemination», *Recherches de Théologie et Philosophie médiévales*, vol. 80, no. 2 (2013) 307-361. Una copia hasta ahora no reportada del tratado X *De maximo et minimo* del LC se encuentra en Brugge, Openbare Bibliotheek, Ms. 466 (para más información ver aquí en la sección 3 de este artículo, ms. B).

Esta es la afirmación fundamental que Swineshead, sin pretender un reconocimiento de especial originalidad, introduce en el segundo tratado de su LC. El consecuente inaceptable que habría que aceptar sería que una cualidad «denominaría» infinitamente un sujeto (en otras palabras: sobre un cuerpo finito, se extendería una cualidad infinita).

En el pasaje citado, se puede notar que Swineshead da un argumento por así llamarlo, «cuantitativo» que no contiene ninguna consideración definicional o categorial sobre la esencia de los conceptos de movimiento, tiempo y demás magnitudes físicas aquí involucradas sino, únicamente, un cálculo posible. En términos modernos, se acostumbra a ver aquí la afirmación de la convergencia de una serie, expresable simbólicamente como⁴:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{4} + \frac{3}{8} + \frac{4}{16} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 \quad [1]$$

Como Murdoch y Sylla correctamente advierten («Swineshead...», cit., p. 212), existe en ms. Roma, Biblioteca Casanatense 1431 (B.VI.7) una obra de un autor hasta ahora no estudiado, «Raggius Florentinus» en la cual se analiza, como parece haber sido habitual en Italia, el primer libro del LC. El texto está maravillosamente bien escrito a 34 folios y contiene al comienzo una descripción de su contenido (la atribución «Raggius Florentinus est auctor» en f. 1r parece ser de una mano posterior): «In hoc opusculo hec continentur: <1> Quid sit proportio et quot eius species; <2> Quo intellectu compositio et divisio proportionum accipiatur, et male opinantium confutationes: <3> Que maior minorve proportio dicenda sit; <4> Quid <sit> propinquitas et remotio; <5> Confutationes argumentorum Calculatoris» (f. 2r). En general, el autor se propone, contra Swineshead, una defensa de las reglas expuestas por Aristoteles en el libro VII de la *Física*: «pro Aristotelis sententia staremus contra Ioannis [sic] Suiset calumniam...» (f. 2v). Para el autor, la doctrina expuesta por Suiseth en su primer libro está dirigida contra Aristóteles, como observa casi al final: «Quibus perceptis manifeste patet error Iohannis Suiseth qui primo suarum calculationum de intensione et remissione agens contra Aristotelicam sententiam disputat» (fo. 26v). Raggius debe ser de al menos la segunda mitad del siglo XV porque menciona a Giovanni Marliani (fol. 9v). No dejar de ser interesante que además mencione a los «algebre professores» (fol. 10v). Conviene todavía agregar que si bien es cierto que se trata de una obra (seguramente resultado de un curso) sobre Swineshead, el manuscrito contiene varias páginas que son tan sólo una copia de la primera parte del *Liber calculationum*. Raggius, a fin de una refutación bien documentada, incorpora a su texto desde el comienzo (f. 26v: «Penes quid habeant intensio et remissio qualitatis attendi plures sunt opiniones...») hasta el final del segundo párrafo, correspondiendo en la edición de Venecia a f. 2^{rb}: «... consequens es falsum ergo positio falsa» (f. 30r. Cierra la frase con «hec ille»).

⁴ Véase por ejemplo C.B. Boyer, *The History of the Calculus and its Conceptual Development*, Dover Publication, New York 1959, pp. 76-77. El texto latino citado por Boyer de acuerdo con la edición de Padua 1477 contiene varios errores.

Swineshead da una fundamentación muy ingeniosa pero al mismo tiempo bastante confusa de esta afirmación utilizando dos cuerpos: uno b , en el cual está ya uniformemente distribuida toda la cualidad con una intensidad de dos grados (el lado derecho de la ecuación) y el otro a , en el cual las intensidades van creciendo como en una «función escalonada» aritméticamente según la serie de los números naturales. Para ambos cuerpos, y también para el tiempo si se tratara no sólo de la distribución de cualidades sino de movimientos, Swineshead emplea una división «según las partes proporcionales» de acuerdo con una proporción 2:1. Así, mientras b mantiene la cualidad con el grado 2 para toda la extensión, a tendrá un grado en la primer parte proporcional ($=1/2$), dos en la segunda parte ($=1/4$), tres en la tercera ($=1/8$) y así aumentado al infinito con intensidades cada vez mayores en extensiones cada vez menores. Swineshead, entonces, transforma aumentos de a que superan b redistribuyéndolos sobre las distintas partes proporcionales de a , aumentando así cada una de sus partes hasta tener siempre dos grados. Se trata, más que de una prueba estricta de la discusión, de una tesis argumentando a favor de que la objeción mencionada ha lugar. No es casualidad que este pasaje haya tenido un doble efecto sobre los autores posteriores: por un lado, ha ejercido una cierta fascinación, seguramente por tratarse de argumento concerniente al infinito, uno de los campos preferidos para la especulación filosófica tardo medieval; por otro, su falta de claridad no ha pasado desapercibida⁵. Por el contrario, ha motivado, en manos de uno de los grandes pensadores de la Edad Media, una serie de desarrollos posteriores de notable profundidad.

Nicole Oresme ha seguramente estudiado la obra de Swineshead. En su tratado *De configurationibus qualitatum et motuum* (= DC) declara haber «intentado tratar clara y ordenadamente aquellas materias que algunos parecen concebir de modo confuso, expresar oscuramente y aplicar en forma inconveniente»⁶. La propuesta general de Oresme en este texto consiste en reducir a geometría todos los problemas en los cuales están involucradas magnitudes intensivas. Su doctrina de las *configurationes* no es ciertamente equivalente a la geometría analítica moder-

⁵ Boyer dice que se trata de una «tediously verbose proof» (*The History of the Calculus*, cit., p. 78). No obstante, reconoce a Swineshead el valor de haber introducido «mathematics into dialectical discussions of change and more that of bringing the problem of variation into the realm of mathematics» (p. 76).

⁶ Nicole Oresme, *De Configurationibus qualitatum et motuum* I, cap. 4, ed. M. Clagett, *Nicole Oresme and the Medieval Geometry of Qualities and Motions. A Treatise on the Uniformity and Difformity of Intensities Known as "Tractatus de configurationibus qualitatum et motuum"*, University of Wisconsin Press, Madison – Milwaukee – London 1968, p. 158.

na, pero con toda seguridad logra su propósito de claridad, especialmente en análisis de cuestiones relacionadas con los conceptos de uniformidad y disformidad. Un ejemplo famoso de ello se encuentra en el llamado «teorema del grado medio» o «Merton rule»⁷. Un ejemplo todavía más impactante, no obstante, se encuentra en el capítulo siguiente de la misma obra. Oresme se concentra allí en el análisis de un caso de aumento intensivo al infinito y ofrece una prueba memorable por su elegancia de una proposición que es básicamente equivalente a la de Swineshead anteriormente mencionada.

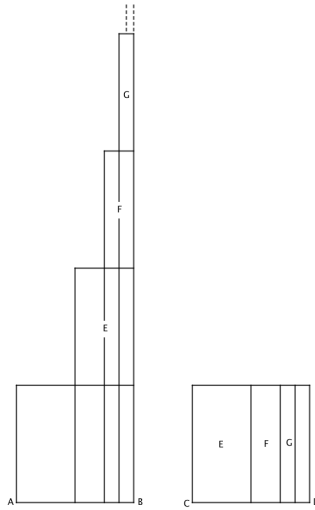


Fig. 1: Representación en el tratado *De configurationibus* III.viii de Nicole Oresme

Su procedimiento es tan simple como efectivo. En primer lugar, Oresme lleva a cabo una reflexión puramente geométrica acerca de la equivalencia de superficies; luego, habiendo explicado ya su sistema de representación, pone de manifiesto que el caso vale para la física, i.e. para cualidades y movimiento⁸. El objetivo de la prueba es demostrar que en un movimiento cuyas velocidades au-

⁷ Para una presentación general del sistema de Oresme y una traducción española del capítulo correspondiente al teorema de la velocidad media, véase D.A. Di Liscia, «La 'latitud de las formas', y la geometrización de la ciencia del movimiento», *Mediaevalia* 36 (2017) 77-116.

⁸ Nicole Oresme, *De Configurationibus...*, cit., pp. 412-417. El lector deberá recordar que se trata de consideraciones dentro de una matemática que carece del concepto de límite y que, de hecho, no conoce funciones en sentido moderno.

mentan al infinito según la serie de los números naturales en partes proporcionales del tiempo dividido según la proporción 2:1, el espacio recorrido total será cuatro veces el espacio recorrido en la primera parte proporcional. Para ello, Oresme toma dos cuerpos de un pie de longitud y divide uno de ellos según la *proportio dupla* (ver **Fig. 1**). Luego divide el otro según la misma proporción 2:1 y reubica la primera parte proporcional *E* sobre la segunda mitad del segundo cuerpo. A continuación, la segunda parte sobre la mitad de *E*, y de la misma manera *G* sobre *F*, y así en adelante, de tal modo que sobre las sucesivas partes proporcionales de la base tengamos ahora áreas cuyas altitudes crecen al infinito. Empleando las *configurationes* no es difícil visualizar que, si se procediera al infinito, toda la superficie de la figura escalonada es equivalente a cuatro veces la superficie de la primera parte proporcional de la misma figura. Como, de acuerdo a la doctrina de las configuraciones, esta figura escalonada representa correctamente el tipo de movimiento que queríamos analizar y puesto que la superficie de la figura representar el espacio recorrido podemos afirmar que si en la primera parte proporcional vale 1 para el espacio, para toda la figura valdrá, por tanto, 4.

En términos modernos, uno podría expresar esto diciendo que Oresme está ofreciendo una prueba geométrica de la siguiente proposición:

$$1 + 2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{8} + 5\frac{1}{16} \dots + n\frac{1}{2^{n-1}} = 4 \quad [2]$$

Ahora bien, es evidente que, esta «serie» está directamente conectada con la serie de Swineshead antes mencionada. Swineshead intenta demostrar que toda la cualidad adquirida –que en caso del movimiento local es el espacio recorrido– será igual a la cantidad de la segunda parte, que es igual a 2. Oresme reformula el problema demostrando geoméricamente que el espacio recorrido total sería igual a cuatro veces la primera parte proporcional (siempre para un intervalo de tiempo que, en ambos casos, es dividido según la proporción 2:1). El problema representa para Oresme un caso particular especialmente útil a los fines de poner de relieve la superioridad de su doctrina geometrizable de las *configurationes* sobre a las discusiones lógico-filosóficas del *Liber calculationum* y otras obras semejantes.

2. Una conclusio mirabilis

Luego de ofrecer la demostración geométrica mencionada arriba, Oresme cierra el capítulo III.8 de DC con la siguiente observación: «No obstante, ya he

demostrado esto por medio de una demostración más sutil y más difícil. Pero ésta es más conforme a este tratado y es suficiente»⁹. Oresme introduce aquí una autoreferencia a un texto anterior cuya identificación ha sido objeto de discusión, básicamente por falta de base documental. ¿Cuál es esta demostración y en qué texto se encuentra? Y, si existe una tal demostración, ¿en qué se diferencia realmente de la anterior?

Comentando extensivamente el pasaje citado, Clagett especula sobre tres posibles candidatos para esta autoreferencia: (a) el comentario a la *Física* de Oresme; (b) sus *Questiones super geometriam Euclidis*, (c) otro texto hasta ahora desconocido. Clagett, adecuadamente, descarta la primera posibilidad por una buena razón. En el comentario a la *Física*, las cuestiones conocidas solamente en un manuscrito y recientemente editadas, Oresme efectivamente da una demostración muy similar a la de DC. Esta similitud es, no obstante, un argumento en contra de la autoreferencia. En efecto, puesto que aquí se emplea claramente una igualdad de superficies, Oresme no puede estar refiriéndose a esta demostración como algo «más sutil y difícil» y mucho menos como algo que no fuera «conforme» al DC¹⁰. La similitud como argumento en contra es una razón que también debería ser considerada con respecto a (b), puesto que el comentario sobre Euclides representa una proto-formulación de la doctrina de las configuraciones. ¿Por qué no sería conforme al enfoque geometrizable de DC? Todavía más: si no existiera ningún candidato posible para (c), el espectro de decisión se reduce a dos malas posibilidades y una tercera puramente imaginativa. Pero este no es el caso, como

⁹ «Istud autem alias demonstravi demonstratione subtiliori et difficiliori. Sed ista est magis conformis huic tractatui et sufficit». Ibid., pp. 414-416.

¹⁰ *Quaestiones super septem libros physicorum*, ms. Sevilla, Biblioteca Capitular y Colombina, 7-6-30, ff. 2r-79v; aquí f. 71r. Edición completa en: S. Caroti – J. Celeyrette – S. Kirschner – E. Mazet (eds.), *Nicole Oresme. Questiones super Physicam (Books I-VIII)*, Brill, Leiden – Boston 2013. El pasaje en cuestión según esta edición es el siguiente: «Tunc infero corollarie quod talis motus esset infinitus secundum quid, quia non pertransiret nisi spatium finitum, videlicet quadruplum ad pertransitum in prima parte, sicut posset conclusive demonstrari, quia posito quod in prima parte pertranseat spacium pedale, tunc, si tali gradu moveretur per residuum, pertransiret duos in toto tempore, et iterum si latitudine acquisita in secunda parte moveretur per ipsam et per residuum pertransiret unum pedem, et si latitudine tertie move<re>tur per ipsam et per residuum pertransiret dimidium pedem, deinde medietatem medietatis, et sic semper et continue, precise tantum pertransit in casu posito grave quattuor pedes, sicut etiam si super lineam bipedalem divisam per partes proportionales fieret illo modo: *super primam partem, esset superficies pedalis altitudinis, <et super secundam bipedalis>, et super tertiam tripedalis, et sic semper etc., ista superficies equivaleret uni superficiei quattuor pedum in longum et unius in latum*» (p. 713, cursivas mías).

el mismo Clagett sabía y pasará a detallar más adelante. A pesar de todo, Clagett finalmente se decide –al límite de la consistencia lógica– por las *Questiones super geometriam*¹¹. Para ello, es necesario una especial interpretación de este texto y una acomodación de todos los materiales en juego de la cual ni siquiera el mismo Clagett parece estar convencido¹².

¿Por qué, entonces, no optar por la última posibilidad, cuando, de hecho, hay un buen candidato, que es de hecho el texto en el único manuscrito conocido hasta entonces? En efecto, basándose en un trabajo previo de Busard, Clagett parece solamente tener una única objeción: se trata solamente de un fragmento conocido en el único manuscrito de Paris, Bibliothèque Nationale, Fonds lat. 16134 (en adelante **P**). A pesar de contener algunos errores serios, el breve trabajo de Busard representa la primera transcripción del texto que a partir de ahora llamaré «*conclusio mirabilis*». Además, ofreciendo por primera vez la lista de *sophismata* de *A est unum calidum* de Johannes Bode, se presentan aquí algunas indicaciones importantes tendientes a reforzar la hipótesis de que este texto –y con él buena parte de las especulaciones medievales sobre «series infinitas»– está conectado

¹¹ Clagett reinterpreta el texto siguiendo las observaciones de J.E. Murdoch, «Review of Nicole Oresme: *Quaestiones super geometriam Euclidis* edited by H. L. L. Busard», *Scripta Mathematica* 27 (1964) 67-91. El texto original, defectuosamente editado por Busard (Nicole Oresme, *Quaestiones super geometriam Euclidis*, Leiden 1961) sin considerar el manuscrito de Sevilla, Biblioteca Capitular y Colombina, 7-7-13 (el mismo al cual me referiré más abajo como **S**), ha sido reeditado más tarde considerando los cuatro manuscritos hasta ahora conocidos: H.L.L. Busard, *Nicole Oresme, Quaestiones super geometriam Euclidis*, Franz Steiner Verlag, Stuttgart 2010. El pasaje en cuestión según esta edición es: «Prima conclusio est quod, si pedalis quantitas sit assumpta et fiat additio in infinitum secundum proportionem subduplam sic, quod addatur ei una 2^a unius pedius, deinde una 4^a, deinde una 8^a et sic in infinitum duplando subduplas, totum precise erit duplum ad primum assumptum. Hoc patet, quia si ab aliquo demerentur iste partes per ordinem, ab illo demeretur precise duplum ad prima, ut patet per primam questionem scilicet precedentem, igitur pari ratione, si addrentur» (pp. 104-105). Para un reciente análisis de las dos primeras cuestiones, véase E. Mazet, «La théorie des séries de Nicole Oresme dans sa perspective aristotélicienne. 'Questions 1 et 2 sur la Géométrie d'Euclide'», *Revue d'histoire des mathématiques* 9 (2003) 33-80.

¹² «And, indeed, until such a work turns up, or until some other clear-cut reference to it by Oresme is found, we must hold this possibility in abeyance. In the present stage of knowledge, the second possibility seems more likely (even though the *Questions on the Geometry of Euclid* does not contain a proof of exactly the same series as that treated here in III.viii of the *De configurationibus*). Nicole Oresme, *De Configurationibus...*, cit., commentary to III.viii, pp. 508-509. Que la demostración en las cuestiones sobre Euclides no se refiere exactamente a la misma serie, es algo que Clagett mismo admite, como se ve en el pasaje citado.

con la tradición *sophismatica* tan característica de la época, y especialmente de los *calculatores*¹³. Busard, emplea cuatro manuscritos para esta colección de *sophismata* y, contradiciendo el título de su propio trabajo constata que, justamente en ella, o como él dice en el «tratado» *A est unum calidum*, no aparecen series infinitas (*sic*)¹⁴. El texto sobre la «series infinitas» que, no obstante, Busard estudia, nuestra *conclusio mirabilis*, está agregado al final de la copia parisina **P** de *A est unum calidum*.

Ahora bien, ¿de qué trata este texto anónimo? Este breve texto presenta, de hecho, una demostración de la misma serie [2] del DC Oresme. La demostración misma, no obstante, es totalmente diferente. Veamos brevemente su idea principal¹⁵.

En primer lugar, el texto establece los siguientes puntos de partida: 1) Sea el tiempo dividido en *partes proportionales* de acuerdo con la proporción 2:1 (como en las series antes mencionadas). 2) Supóngase que en la primera parte proporcional un cuerpo se mueva con una velocidad Va cualquiera, en la segunda el doble más velozmente con $2Va$, en la tercera con el triple $3Va$ y así en adelante aumentando al infinito. Entonces, se afirma que el espacio recorrido en todo el tiempo

¹³ H.L.L. Busard, «Unendliche Reihen in *A est unum calidum*», *Archive for History of Exact Sciences*, vol. 2, no. 5 (1965) 387-397. En todo este trabajo emplearé la expresión «tradición *sophismatica*» y otras semejantes en el sentido explicado en mi trabajo «La 'latitud de las formas'...», cit., p. 79, n. 2.

¹⁴ «Bevor ich näher auf die im Pariser Ms. vorkommenden unendlichen Reihen eingehe, muß ich feststellen, daß im Traktat *A est unum calidum* keine unendlichen Reihen vorkommen» (Busard, «Unendliche...», cit., p. 387). Esta colección que usualmente denominada según su *incipit* es considerada como uno de los textos pertenecientes al núcleo de los *calculatores* de Oxford (E.D. Sylla, «The Oxford Calculators», in N. Kretzmann – A. Kenny – J. Pinborg (eds.), *Later Medieval Philosophy*, Cambridge University Press, Cambridge 1982, pp. 540-563. Este texto necesita un estudio más detallado. Busard, quién además ofrece una lista de 58 *sophismata* («Unendliche...», cit., pp. 390-394) sigue la atribución del texto a Johannes Bode de acuerdo con A. Maier, quien indica que en el manuscrito Vat. lat. 4447 (ff. 299^ra-303^vb) el texto está titulado por otra mano (no obstante, contemporánea) «Tractatus seu conclusiones *Johannes Bode monaci nigri*» (A. Maier, *An der Grenze von Scholastik und Naturwissenschaft*, Edizioni di Storia e Letteratura, Roma 1952 (2^a ed.), p. 267).

¹⁵ Para un resumen básico puede verse tanto el artículo mencionado de Busard, como también Clagett (ed. de DC, cit.), pp. 501-503. En todo este artículo me permitiré por fines prácticos emplear el término «serie», el cual no representa una gran tergiversación conceptual (tal como si, por ejemplo, se utilizara el concepto newtoniano de «fuerza» para comentar un texto aristotélico) aunque, por supuesto, no esto significa que las demostraciones que estamos discutiendo constituyan primariamente un capítulo del cálculo moderno. Antes bien, ellas son, sobre todo, un capítulo de la filosofía natural aristotélica.

será cuatro veces mayor al espacio recorrido en la primera parte proporcional, i.e. el espacio que *recorrería* en todo el tiempo estaría en proporción 4:1 con el que recorre en la primera parte proporcional. 3) Sea la velocidad en la primera parte proporcional 1, en la segunda 2, en la tercera 3, etc.

Ahora bien, puesto que V_a en el segundo intervalo de tiempo es el doble de la velocidad en el primer intervalo de tiempo, sería el espacio recorrido el doble si el intervalo de tiempo fuera el mismo. Pero, puesto que éste, el segundo intervalo de tiempo, es la mitad del primero, el espacio recorrido será el mismo. Hasta aquí tenemos los dos primeros espacios, 1+1 de los cuatro necesarios. Con respecto al tercer intervalo de tiempo, en el cual la velocidad es 3, tenemos que recordar que este intervalo es igual a todos los restantes juntos (este es un elemento esencial de la prueba). Pidamos ahora prestado un «gradus» de velocidad a cada una de las velocidades siguientes y usémoslos para aumentar el tercer intervalo, disminuyendo estas velocidades posteriores en un grado. Así, en el tercer intervalo tenemos ahora $\frac{1}{4}$ del tiempo con grado no 3 sino 4 (lo hemos aumentado por «préstamo futuro»). De esta manera, no obstante, tenemos ya el tercer espacio que estábamos buscando. Nos falta todavía uno y lo tenemos que encontrar en los últimos intervalos con las velocidades disminuidas. Pero, puesto que las velocidades en el tercero y en el cuarto intervalo son ahora iguales, i.e. 4, y los intervalos de tiempo en proporción están 2:1, el espacio recorrido en el cuarto intervalo es sólo la mitad del tercero, esto es $\frac{1}{2}$. De la misma manera podemos encontrar los siguientes: el espacio recorrido en el quinto intervalo será $\frac{1}{4}$, en el sexto $\frac{1}{8}$ y así *ad infinitum*. Notablemente, la demostración se cierra con la fórmula: «Et ista conclusio est *pulchra, mirabilis et bona*». La demostración no tiene en absoluto un enfoque geométrico sino, antes bien, aritmético. Como observa Busard, ella propone cambiar los factores enteros a partir del segundo miembro. Así, en la serie [2] no se altera el resultado final si reemplazamos los factores 3, 4, 5, 6 ... etc. por 4, 3, 5, 6, ... puesto que $\frac{1}{4} = \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \frac{1}{32} + \frac{1}{64} + \dots$. En resumen, tenemos primero $1 + 1 + [3\frac{1}{4} + 4\frac{1}{8} + 5\frac{1}{16} + \dots + n\frac{1}{2^{n-1}}] = 4$, obteniendo luego los tres primeros espacios en la manera antes descrita: $1 + 1 + 1 + [\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{18} + \dots + n\frac{1}{2^n}] = 4$. Así, finalmente, la serie expresada en [3] converge también en 4, pero el método de demostración es claramente bien diferente:

$$1 \cdot 1 + 2 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{4} + 4 \frac{1}{8} + 5 \frac{1}{16} + 6 \frac{1}{32} + \dots + n \frac{1}{2^{n-1}} = 4 \quad [2]$$

$$1 + 2 \frac{1}{2} + 4 \frac{1}{4} + 3 \frac{1}{8} + 4 \frac{1}{16} + 5 \frac{1}{32} + \dots + n \frac{1}{2^n} = 4 \quad [3]$$

Significativamente, este texto contiene en la mayoría de los manuscritos una tabla numérica. No cabe duda de que esta tabla acompañaba la demostración para ilustrar el procedimiento empleado (véase la tabla numérica más abajo). En ella es reconocido muy bien el procedimiento de «préstamo de grados» mencionado arriba para seis momentos sucesivos. La fila inferior presenta la división en partes proporcionales. Es evidente que, en comparación con la demostración geométrica del DC, ésta es una demostración «más sutil y más difícil». Además, un punto que conviene destacar porque parece esencial para toda la discusión, esta demostración no conviene en absoluto al propósito y al enfoque del DC. Es más, y este es el punto central, no sólo que ella no es geométrica –como una demostración empleando *configurationes*– sino que ella no es en absoluto geometrizable, al menos no usando las configuraciones en la manera en que Oresme las emplea. De hecho, se trata de un enfoque completamente diverso y, si se quiere mucho más atractivo desde un punto de vista moderno¹⁶. El carácter aritmético de la prueba es manifiesto en la tabla numérica que acompaña algunos manuscritos. Aquí se puede notar con un golpe de vista «el sistema de cambio de grados» para las distintas partes proporcionales del tiempo (la primera línea sin préstamos de grados).

¹⁶ Quizá podría expresarse la intención central de la demostración diciendo, en términos modernos, que lo que se propone es una prueba de la siguiente equivalencia: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n} = 2 + \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	3	4	5	6	7	8	9
1	2	4	4	3	4	5	6	7	8
1	2	4	4	4	3	4	5	6	7
1	2	4	4	4	4	3	4	5	6
1	2	4	4	4	4	4	3	4	5
1	2	4	4	4	4	4	4	3	4
1 ^m	2 ^m	4 ^m	8 ^m	16 ^m	32 ^m	64 ^m	128 ^m		
1	1	1	1	1	1	1	1		
	2	4	8	16	32	<64>	<128>		

Fig. 2: Con algunas variantes, la misma tabla se encuentra en los manuscritos **POS**. Las dos líneas inferiores tienen que ser leídas como fracciones $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, etc. (lo cual está claramente destacado en **S**). **LO** agregan ambos «nota omnia ista pertransita faciunt unum integrum», lo cual parece evidenciarse muy bien con la columna izquierda. Mi reconstrucción de la tabla se basa en **O** (el copista de **L** ha dejado el espacio sin copiar la tabla).

3. La transmisión del texto

3.a. Los manuscritos

La transmisión de este texto es compleja. Tanto el trabajo de Busard como el de Clagett se basan, como he dicho antes, en un único manuscrito, a saber **P**. En realidad, este texto se encuentra en otros varios manuscritos. En general, los manuscritos involucrados son los siguientes:

1.L = Leipzig, Universitätsbibliothek, 1480, ff. 153^{va}-155^{ra}.

2.O = Pommersfelden, Gräflische und Schönbornsche Stiftsbibliothek, 236 (2858), ff. 128^{ra}-128^{vb}.

3.P = Paris, Bibliothèque Nationale, Fonds lat. 16134, ff. 79^{vb}-80^{vb} (utilizado por Busard y Clagett).

4.R = Roma, Biblioteca Casanatense 267, ff. 127^v-129^r.

5.S = Sevilla, Biblioteca Capítular y Colombina, 7- 7-13, ff. 125^{va} -126^{rb}.

Además de éstos, es preciso mencionar al menos dos manuscritos adicionales que no contienen este pasaje, pero que son significativos porque parece estar conectados con **R**, a saber:

B = Brugge, Openbare Bibliotheek, Ms. 466, ff. 131r-138v.

Pa = Paris, Bibliothèque de l’Arsenal, Lat. 522, ff. 32^rb-32^vb.

A fin de hacer comprensible la mencionada complejidad en la transmisión de este texto incluiré a continuación algunas observaciones sobre el contenido de los manuscritos y su posible conexión. Por motivos metodológicos tomaré como base de comparación el texto publicado por primera vez por Busard, utilizando la siguiente partición en los siguientes 6 párrafos que se encuentran en **P**:

(1) Al texto que incluye la demostración mencionada lo llamaré «*conclusio mirabilis*» (=CM): **Inc.**: «Moveatur *a* [*A* en Busard] per horam et in prima ...»; **Expl.**: «... ut prius disputatur quo es propositum. Et ista conclusio est pulchra, mirabilis et bona». Es evidente que aquí se cierra el pasaje que incluye la demostración en cuestión, a la cual se refiere la tabla numérica antes reproducida.

A esta demostración se agregan en algunos manuscritos dos breves pasajes aclaratorios:

(2) un primer pasaje (=Pa1) que comienza con «Sit *a* movens et *b* mobile et in prima parte...» e, inmediatamente, otro (=Pa2) que comienza con „quod ex dicta conclusione inferatur unum correlarium...». En Pa1 se discute el siguiente caso: Sea dividido el tiempo como en [1] y valgan además las siguientes proporciones entre *a* (*movens*) y *b* (*mobile*): 2:1, 4:1, 8:1, 16:1 etc., es decir, siempre de acuerdo con la *proportio dupla* 2:1 para partes proporcionales de tiempo que van disminuyendo. Entonces, afirma este pasaje, toda la distancia recorrida, a través de la cual el motor *a* mueve al móvil *b*, será cuatro veces mayor a la distancia a través de la cual *a* movía a *b* en la primera parte proporcional del tiempo. En Pa2 para mismas proporciones entre *a* y *b* y la misma división del tiempo, se sigue un corolario: otro móvil *d*, movido por otro motor *c* según la proporción 4:1 constantemente con la misma fuerza durante el mismo tiempo, recorrerá al final la misma distancia que *b* (como en [1] sea la distancia en primer intervalo $t/2 = 1$). Entonces, puesto que la proporción 4:1 de *c* a *d* es el doble a la de *a* a *b*, también será la velocidad el doble).

Parece evidente, entonces, que Pa1 es un intento de explicar «según las causas» la demostración antecedente en CM. Por su parte, Pa2 es un corolario que se deriva de CM y Pa1.

(3) Conectado con lo anterior sigue un breve pasaje que comienza con «3° sequitur quod *a* et *b* disponitur ut prius...». Aquí se introduce la «Merton-Rule»,

aparentemente con igual motivación ilustrativa para una proporción entre motor y móvil de 16:1.

(4) Continuando con el análisis causal, sigue el párrafo que comienza «4^o Patet ex isto ultimo caso quod infinita velocitate...». Del caso previo resulta que *b* y *d* recorren la misma distancia, aun cuando se trate en el caso de *b* de una velocidad que aumente al infinito, mientras que el caso de *d* la velocidad disminuye tendiendo al infinito hasta *non-gradum*; algo que cambiaría si la proporción entre *c* y *a* al comienzo fuera mayor que 16:1.

A continuación se pasa del análisis causal (párrafo 2-4) empleado para ilustrar *CM*, al análisis «según los efectos»¹⁷.

(5) En el breve pasaje «Moveatur *b* sicut prius...» el autor busca, argumentando de los efectos a las causas, la proporción entre potencias y resistencias para un tercer movimiento que tiene lugar uniformemente y cuya distancia recorrida es, como siempre, 4. En tal caso, la proporción tendrá que ser 4:1¹⁸.

(6) Finalmente, sigue un pasaje importante, al cual me referiré como «la serie [4]». Es un pasaje tan largo y tan importante como la misma *conclusio mirabilis* incluida en *CM* y parece muy probable que su autor – tal vez Oresme - haya realizado el mismo tipo de reflexión para uno y otro caso. Se trata de una prueba de la siguiente serie que también es tratada geoméricamente en el DC de Oresme¹⁹:

$$2 \cdot \frac{1}{2} + 3 \cdot \frac{1}{2^2} + 4 \cdot \frac{1}{2^3} + 6 \cdot \frac{1}{2^4} + 8 \cdot \frac{1}{2^5} + 12 \cdot \frac{1}{2^6} + 16 \cdot \frac{1}{2^7} + 24 \cdot \frac{1}{2^8} + \dots = \frac{7}{2} \quad [4]$$

Estos son los pasajes principales, la *conclusio mirabilis* en *CM* y los textos que la acompañan en algunos de los manuscritos. En general, me parece claro que los párrafos 1-5 forman una unidad, mientras que el párrafo (6) es otro caso particular, que, por así decirlo, está en un pie de igualdad con *CM*, porque, de hecho, presenta la demostración de otra proposición²⁰.

¹⁷ Sobre el importante rol de ambos enfoques en el tratamiento de la velocidad para el desarrollo de la tradición de los *calculatores*, veáse D.A. Di Liscia, «Velocidad *quo ad effectus* y velocidad *quo ad causas*: la tradición de los calculadores y la metodología aristotélica», in D.A. Di Liscia – E. Kessler – Ch. Methuen (eds.), *Method and Order in Renaissance Philosophy of Nature. The Aristotle Commentary Tradition*, Ashgate, Aldershot – Brookfield – Singapore – Sidney 1997, pp. 143-176.

¹⁸ Nótese que aquí Busard (Busard, «Unendliche...», cit., p. 389) entiende «tarditas» como aceleración (Beschleunigung), lo cual no puede ser correcto.

¹⁹ DC, III.10 (ed. Clagett, 420-424, y su comentario con el texto correspondiente de P, en pp. 510-516). Es evidente que también aquí vale la misma precaución para el empleo del término «serie».

²⁰ Por razones de espacio no puedo ahora discutir este interesante texto en detalle. Véase, no obstante, además del comentario de Clagett y la bibliografía allí citada, sobre todo H.L.L. Busard

A continuación, ofreceré alguna información sobre los manuscritos mencionados comparando con la anterior división del texto en **P**. Me concentraré básicamente en tres preguntas centrales: (a) qué texto exactamente está incluido en cada manuscrito; (b) cuáles otros textos relevantes están incluidos en cada manuscrito; (c) qué dependencia mutua muestran los manuscritos con respecto al texto *CM*. Como guía general puede consultarse la siguiente tabla:

<i>Contenido</i>	<i>Manuscritos</i>						
	P	L	O	S	R	B	Pa
Oresme, <i>De prop. proportionibus</i>		1°	1°	1°			
<i>Sophisma</i> primero				2°			
<i>UD</i> Resumen Heytesbury					1°	1°	
Extracto del resumen de Heytesbury							2°
1 [<i>CM</i>]	1°	2°	2°	3°	2°		
2	2°	3°	3°	4°	3°		
3	3°			5°	4°		
4	4°			6°	5°		
5	5°			7°	6°		
6	6°			8°	7°		
Dos <i>questiones</i>				9°			
LF		4°	4°	10°			1°
Cuatro <i>questiones</i>				11°			
Siete <i>sophismata</i>						2°	
<i>TL</i> (cuatro <i>questiones</i>)						3°	

Fig. 3: En la columna izquierda (*contenido*) están enlistados los textos de manera abstracta; a la derecha se nota su presencia en cada uno de los manuscritos estudiados. Los números 1°, 2°, 3°, etc. muestran el orden según el cual ellos aparecen en un determinado manuscrito. Como complemento fueron incluidos otros textos que están presentes inmediatamente antes o después de los textos aquí discutidos. De **P** son mencionados únicamente los textos 1-6, los cuales están copiados como parte del *A est unum calidum* de Bode. Como se puede notar, **L** y **O** corren paralelos. En **S**, los textos 1-6 pueden ser considerados un segundo *sophisma*; en **R** estos textos están integrados al texto *UD*, siguiendo el resumen de las *Regule* de Heytesbury. **B** contiene únicamente el resumen de Heytesbury, al que le siguen siete *sophismata* y *TL*. **Pa** es sólo un extracto de la parte inicial de *UD* que aparece como apéndice a LF.

«Ueber unendliche Reihen im Mittelalter», *L'Enseignement Mathématique*, VIII, 3-4 (1962) 281-290 (esp. pp. 283-285) y H. Wieleitner, «Zur Geschichte der unendlichen Mittelalter im christlichen Mittelalter», *Bibliotheca mathematica*, 3. Folge, 14 (1913-1914) 150-168 (esp. pp. 159-160).

La calidad del texto en **P** (que contiene todos los pasajes 1-6) no es ciertamente ideal, pero tampoco es la peor. **P** contiene la tabla ilustrativa de los números sin las dos últimas líneas de fracciones. Su contexto es claramente la tradición *sophismatica* inglesa representada en este caso por *A est unum calidum* de Bode. Es especialmente significativo que *CM* y todos los agregados hayan sido copiados en **P** como si fueran parte del texto de Bode, el cual aquí no tiene atribución al autor pero inmediatamente luego de (7) termina con el *explicit*: «iste liber intitulatur A est unum calidum. Deo gracias»²¹. El copista está siguiendo por tanto una tradición que considera a los textos 1-6 como parte integrante del texto *A est unum calidum*.

Los manuscritos **L** y **O** son semejantes y provienen claramente del mismo contexto alemán. De hecho, el texto que ofrecen es muy similar, claramente uno es la copia del otro. **O**, al que he estudiado detalladamente en otro trabajo, es un manuscrito perdido de la biblioteca de Amplonius Rating de Berka (1363/4-1435), aquél estudiante alemán, activo a fines del siglo XIV y comienzos del XV en varias universidades alemanas, cuyos libros -como es sabido- pasaron a formar parte central de la luego llamada *Biblioteca Amploniana* de Erfurt. De hecho, **O** está incluido en el catálogo de Amplonius que es datable en 1412²². **O** y **L** incluyen exactamente la misma constelación de textos: inmediatamente antes de la *CM* se encuentra una copia del tratado *De proportionibus proportionum* de Oresme (**L** ff. 135^va-153r; **O** ff. 115^ra-128^ra) precedida en ambos casos por el *Tractatus de proportionibus velocitatum in motibus* de Bradwardine (en **L** inmediatamente, en ff. 121^ra-135^va; en **O** luego de una de dos copias aquí contenidas de los *Sophismata* de Kilvington, en ff. 91^ra-98^vb). Todavía más importante en este contexto, es el hecho de que en ambos manuscritos, luego de *CM* sigue una copia completa del tratado *De latitudinibus formarum* (=LF). El copista de este texto en **L** no menciona su nombre pero en el *explicit* trata de establecer una conexión con la temática de las proporciones²³. No sólo el contexto general (la actividad universi-

²¹ **P** f. 80^vb; Busard, «Unendliche...», cit., p. 397.

²² Para más detalles véase D.A. Di Liscia, «Der von Amplonius Rattinck dem Oresme zugeschriebene *Tractatus de terminis confundentibus* und dessen verschollene Handschrift (Hs. Pommersfelden, Graf von Schönborn Schloßbibliothek, 236 [2858])», *Traditio* 56 (2001) 89-108, y la bibliografía aquí citada. Véase además E.D. Sylla, «The Oxford Calculators in Erfurt Manuscripts», in A. Speer (ed.), *Miscellanea Mediaevalia 23: Die Bibliotheca Amploniana*, Walter de Gruyter, Berlin – New York 1995, pp. 323-340.

²³ Leipzig, Universitätsbibliothek, 1480. **Inc.**: «Quoniam formarum latitudines multipliciter variantur que multiplicitas difficultatem discernit nisi ad figuras geometricas consideratio referatur

taria alemana) y la serie de los textos es la misma (*De proportionibus* de Oresme, *CM*, *LF*) sino también el texto mismo es casi el mismo. Aquí hay que hacer una observación importante con respecto al punto (a) mencionado antes: tanto **L** como **O** contienen *CM*, la tabla numérica en **O** (en **L** no ha sido incluida, pero el copista a dejado el espacio para copiarla) y luego (2), i.e. $Pa1 + Pa2$. Al final del texto ambos manuscritos agregan: «et tales multe conclusiones possunt elici a predictis que causa brevitatis non adduco».

Si ahora consideramos la transmisión en **R** y **S**, vemos que la situación es diferente. La calidad del texto *CM* en ambos manuscritos es bastante deficiente y también en ambos el texto *CM* está ha sido copiado junto a otros textos de Oresme o tradicionalmente atribuidos a él, como su tratado *De proportionibus proportionum* y *LF* (un texto que no es de Oresme pero que le es atribuido en muchos manuscritos y ediciones)²⁴. **S**, un manuscrito adquirido en Italia, contiene una importante selección de textos matemáticos y físicos del siglo XIV (entre otros de Kilvington, Bradwardine, Burley) y específicamente varios textos de Oresme, como las *questiones* sobre *De sphaera* y sobre Euclides²⁵. Nuevamente, el texto reconocible previo al que estamos discutiendo aquí es el tratado *De proportionibus proportionum* (114^{ra}-122^{va}) de Oresme; el texto siguiente es el tratado *LF* (131^{ra}-132^{vb}). La situación es, no obstante, más complicada: **S** contiene los textos

sed premissa...» (f. 155^{rb}). **Expl.**: «...et plura alia correlaria circa presentem materiam elici possint ex predictis que considerantibus faciliter possint occurrere. Ideo transeo et predictis causa brevitatis finem impono etc. Explicit hic tractatus bonus et utilis de latitudine gradualis formarum seu figurarum geometricarum applicandus ad multa alia inter que reperitur aliqua proportiones etc.» (f. 160^{rb}).

- ²⁴ Es interesante notar que en una gran parte de los manuscritos han sido copiados estos dos textos. Fue justamente, hace veinte años que, en el contexto de mi trabajo doctoral en la historia de las ciencias sobre la tradición de *LF*, describiendo por mi mismo en detalle todos los manuscritos con *LF* (más de cincuenta y cinco), noté que el texto *CM* estaba incluido en **S** y **R** y le presenté un proyecto de publicación al anterior titular de la cátedra que todavía conservo (datado 12.04.2000) y, de hecho, estoy utilizando ahora para este trabajo. También es cierto que la primera mención de **S** en una publicación de mi conocimiento ha sido en un trabajo de E. Mazet, en el cual el autor hace referencia a mi trabajo antes citado sobre **O** y agrega que el mismo texto «a été repéré par Jean Celeyrette» («Richard Swineshead et Nicole Oresme: deux styles mathématiques», in J. Celeyrette – Chr. Grellard (eds.), *Nicole Oresme philosophe. Philosophie de la nature et philosophie de la connaissance à Paris au XIV^e siècle*, Brepols, Turnhout 2014, p. 107, n. 3).
- ²⁵ El manuscrito fue adquirido por Fernando Colón en Padua, en el año 1531; G. Beaujouan, «Fernand Colomb», *Journal des Savants* (Oct.-Dec., 1960) 145-159, esp. p. 154. Para información adicional véase también G. Beaujouan, «Manuscrits scientifiques médiévaux, de la Bibliothèque Colombine de Séville», in *Actes du dixième congrès international d'histoire des sciences*, Hermann, Paris 1964, pp. 631-634.

1-6 (CM con la tabla numérica) completos, pero en un contexto más amplio, formando parte de un complejo textual mayor. Se trata de una serie de *sophismata* y un grupo *quaestiones* que han sido copiados antes de LF.

<1> ff. 122^{va}-125^{va}: «uniformiter continue variabitur alteratio uniformis: Probatum per partem ante partem alicuius alterabilis generabitur aliqua latitudo alterationis continue uniformiter extensa...» (122^{va}); «...in duplo velocius continue ipso *b* ad argumentum dicitur quod nec ipsa *a* nec ipsum *b* eque difformiter acquirantur ille latitudines de quibus latitudinibus tangit argumentum. Et sic sit dicendum ad *sophismam*» (125^{va}). Este *sophisma* se encuentra también en los manuscrito Paris, Bibliothèque Nationale de France, Fonds lat. 16621, ff. 124-130 y Venezia, Biblioteca Nazionale Marciana, lat. VIII, 19 (3267), ff. 193r-211r. La conexión de estos dos manuscritos con S no era hasta ahora conocida, aunque sí su conexión mutua. Refiriendo al manuscrito parisino, Duhem atribuye este texto a John Dumbleton. Sin rechazar esta atribución, Maier agrega al manuscrito de la Marciana. Mientras esta información aún debe ser verificada o corregida, conviene agregar todavía que Weisheipl –a partir de indicaciones en las bibliografías de Tanner y Bale– hace referencia a otro posible autor, John Tewkesbury, de que hasta ahora no se conoce ninguna otra obra²⁶.

<2> ff. 125^{va} -126^{rb}: «Moveatur *a* per horam <et> in prima medietate moveatur aliqua velocitate et in secunda parte...». Corresponde exactamente a los textos 1-6 antes mencionados, i.e. a la CM y los textos adjuntos.

<3> ff. 126^{rb}-130^{va}: «Utrum ad omnem motum successivum resistencia requiratur. Et probo quod non, quia tunc resistencia posset augmentari in infinitum...».

<4> ff. 130^{vb}-131^{ra}: «Utrum omnis potentia activa terminetur per maximum in quo potest... (130^{vb})»; «...Capiatur medietas istius latitudinis et ita est sua vel non. Si non igitur illud non est minimum etc. Sic laus et gloria Christo. Amen» (f. 131^{ra}).

²⁶ P. Duhem, *Études sur Léonard de Vinci*, Herman et Fils, Paris, vol. 3, 1913, p. 426. Maier, *An der Grenze*, cit., p. 365, n. 16. J. Weisheipl, «Repertorium Mertonense», *Medieval Studies* 31 (1969) 221-222. Naturalmente, si este *sophisma* perteneciera al mismo texto que sigue inmediatamente, tendríamos entonces aquí una indicación de peso en contra de la atribución a Oresme de la *conclusio mirabilis*.

Luego de estos textos <1>-<4> sigue el tratado LF e inmediatamente otras cuestiones físicas, la última de las cuales ha sido ya editada y está atribuida a Oresme en otro manuscrito:

<5> ff. 133^{ra}-133^{vb}: «Queritur utrum possit aliquid rarefieri. Probatur quod non quia tunc sequitur iste due conclusiones...».

<6> ff. 133^{va}-136^{vb}: «Queritur utrum cuiuslibet motus localis velocitas penes maximum spacium linealem ab aliquo puncto suo motu descriptum sit atendenda. Arguitur primo quod non sic...».

<7> ff. 137^{ra}-138^{ra}: «Utrum omnis motus uniformiter difformis correspondeat suo gradu medio. Quod sic probo, quia omnis motus uniformiter difformis correspondet...».

<8> ff. 138^{ra}-140^{vb}: (Nicole Oresme?): Questio de apparentia rei: Utrum aliqua res videatur tanta quanta est²⁷.

Los textos siguientes en el manuscrito seguramente no tienen ninguna relación con éstos, pero lo aquí mencionados parecen difícilmente separables. Un estudio material del manuscrito podría tal vez determinar si LF ha sido insertado en el códice. En ese caso, se trataría de un grupo de dos *sophismata*; de hecho, la caracterización como *sophisma* en el primero es expresa y creo que, ciertamente *addito salis grano*, podría extenderse a nuestro texto. Tal vez forman una unidad con las seis cuestiones siguientes. Por supuesto hay varias posibilidades de interpretación sobre las cuales no me parece razonable especular hasta disponer de más información. En todo caso, parece claro que el texto *CM* está también aquí vinculado a la tradición *sophismatica*, aunque de una serie de *sophismata* que todavía sería necesario determinar.

El manuscrito **R** presenta un contexto diferente al de los anteriores. Es también un manuscrito italiano, aunque directamente vinculado (al menos en una de sus partes) a la tradición de Oxford. Entre otros textos, contiene el *De proportionibus velocitatum in motibus* de Bradwardine, varios textos de Burley, el

²⁷ En el manuscrito Erfurt, Universitätsbibliothek, Ampl. Q. 231 (ff. 146r-150r) esta cuestión está atribuida a Oresme. Watson, quien ha editado el texto, considera esta atribución poco probable (L. Watson, *Quaestio de apparentia rei. A hitherto unedited fourteenth-century scientific treatise, ascribed to Nicole Oresme*. Thesis for the Degree of Bachelor in Arts, Harvard University, Cambridge, Massachusetts 1973, p. 78). Véase también D. Lindberg, *A Catalogue of Medieval and Renaissance Optical Manuscripts*, Pontifical Institute of Mediaeval Studies, Toronto 1975, no. 97, B, p. 68.

Tractatus proportionum de Alberto de Sajonia, el *De communicatione ydiomatum* de Oresme, el tratado LF y, según el catálogo, varios textos breves sobre *maximo et minimo*²⁸. **R** contiene todos los textos 1-6, no independientemente como en el **LO**, o incorporados a la colección de *sophismata* de Bode, como en **P** u a otra colección como aparentemente en **S**, sino a un texto titulado en el manuscrito *De uniformitate et deformitate* (sic! = *UD*), un título ciertamente muy sugestivo toda vez que sabemos que en varios manuscritos el gran tratado DC es titulado «*De uniforme et difformitate intensionum*»²⁹ y que este texto *UD* comienza discutiendo la uniformidad y disformidad de las *cualidades*, un término preferido aunque no únicamente utilizado por Oresme. *UD* comienza en f. 120r y termina en f. 129r; en su interior se encuentran incorporados en ff. 127v-129r el texto *CM* y los demás textos adicionales. *CM* en **R** no incluye la tabla numérica y su calidad textual es muy pobre.

Si prestamos ahora atención a este texto *UD*, encontramos que en buena parte se desarrolla paralelamente a las *Regule* de Heytesbury, tratando en primer lugar el movimiento según las tres categorías: local (f. 120r), cuantitativo (f. 123v), y cualitativo (f. 125v). En gran medida, el autor da una versión abreviada de este texto, en varios pasajes casi literal, como por ejemplo en éste³⁰:

William Heytesbury, <i>Regule</i>	<i>De uniformitate et deformitate</i>
De velocitate motus alterationis tres solent positiones communiter sustineri. Una est quod velocitas alterationis universaliter attenditur penes gradum inductum. Alia dicit quod velocitas alterationis attenditur penes latitudinem forme acquirende ...	Circa velocitatem alterationis tres sunt oppiniones, quarum due sunt false et tertia vera. Prima ponit quod velocitas alterationis habeat attendi penes gradum inductum (...). Secunda ponit velocitae alterationis attenditur penes latitudinem forme acquirende ... (f. 125v)

Ciertamente no es poco significativo que exista un resumen de las *Regule* de Heytesbury, pero tampoco es sorprendente dada la extensísima difusión de este

²⁸ De acuerdo con la descripción del catálogo compilado por M. Ceresi, el manuscrito habría pertenecido a Franciscus Devulterris y a Marcovaldo de S. Miniato, este último un bachiller de la universidad de Oxford en torno al año 1380 (ed. M. Ceresi, *Catalogo dei manoscritti della Biblioteca Casanatense*, Vol. III, (Nuova Serie II) Ministero della Publica Istruzione. Indice e Cataloghi, Roma 1952, pp. 63-65). Este manuscrito merece un estudio más detenido; la descripción del catálogo es imprecisa en cuanto deja varios textos sin identificar y atribuye LF a Oresme.

²⁹ Véase la discusión del problema en la introducción de Clagett a DC, cit., pp. 135-139.

³⁰ *Regule solvendi sophismata*, Ed. Venetiae, 1494, f. 49^{va}.

texto³¹. Lo especialmente interesante de *UD* es que es un resumen enriquecido con, justamente, la *conclusio mirabilis*, que no se encuentra en Heytesbury.

Como ya había advertido anteriormente, hay dos textos en los manuscritos **Pa** y **B** conectados con *UD*. **B** es un manuscrito muy distinto de todos los anteriores. Excepto una copia hasta ahora –según mi estado de la cuestión– no reportada del tratado X del LC de Swineshead, no contiene otros textos de los *calculatores* (los demás textos son sobre astronomía y medicina). De hecho, en los ff. 131r-138v de **B** se repite una buena parte del texto *UD* contenido en **R**, *pero sin los textos 1-6*, i.e. sin *CM*. Luego de este texto sigue la copia del tratado X del LC, sin atribución³². **B**, sin embargo, contiene solamente el texto *UD*, sino además una serie de *sophismata* y de *questiones*, ambos grupos claramente diferenciados, que todavía es necesario identificar:

Sophimata en **B** (ff. 134r-136r):

<1> f. 134r: «Primum sophisma circa istam materiam aliquid intendetur quod non intendetur. Probatur ponendo quod *a* sit unum corpus albedo sic per totum ut duo et in nigredo...».

<2> f. 134r-v: «Aliquid per horam post hoc intendetur quid erit intensius quam iam est. Probatur <ponendo quod> *a* erit intensius quam ipsum iam est et *a*...».

<3> f. 134v: «*a* et *b* sunt precise eque intensa et equaliter distant a gradu calido ut 8 et *a* continue per totam istam finitam horam in duplo velocius calefecit quam *b* et tamen *b* precise eque tanto erit calidum ut 8 sicut *a*. Probatur ponendo quod *a* et *b* sunt calida ut 4 per totum et volo quod prima pars...».

<4> f. 134v-135r: «aliquid continue remittet nigrum suum uniformiter, quod tamen difformiter remittet motum suum. Probatur ponendo quod *a* sit una potentia dupla ad *c* resistentiam uniformis et volo quod *c*...».

<5> f. 135r: «*a* calidum alterabit *b* quando nullum calidum alterabit *b*. Probatur ponendo quod *a* non sit calidum et quod ipsum erit frigidum et quod ipsa *a* alterabit *b* solum tunc quando ipsum est frigidum...».

<6> f. 135r-v: «aliquid est infinite remisse calidum quod tamen est certe calidum. Probatur ponendo quod *a* sit unum tale calidum cuius caliditas se habeat ad eius frigiditatem in proportione dupla...».

<7> ff. 135v-136r: «Totum *b* erit pertransitum ab *a* in ista hora et tamen illud totum *b* erit pertransitum totum *a* et ab *a* in eadem hora. Probatur ponendo quod *a* sit una potentia motiva et *b* ipsum...». Final del *sophisma*: «...hore est in quadruplo minor quam in prima et sic non sequitur quod totum *b* erit pertransitum ab *a*, et tertia ratio probat sophisma sicut patet ∞ ∞ ∞ ∞ ».

³¹ Un importante grupo de manuscritos han sido enlistados por P.V. Spade, «The Manuscripts of William Heytesbury's *regulae solvendi sophismata*: Conclusions, Notes and Descriptions», *Medioevo* XV (1989) 271-313.

³² **Inc.**: «Sequitur ponere quasdam regulas concernentes divisiones faciendas per maximum et minimum...» (f. 138v). **Expl.**: «...idem medium pertransiri. Et sic est finis» (f. 139v). Para más información véanse los trabajos antes citados de Murdoch – Sylla y Podkoński en las notas 1 y 2. Sobre este manuscrito véase A. de Poorter, *Catalogue des manuscrits de la Bibliothèque de la*

A continuación sigue otro texto, una serie de cuestiones, tituladas al final «*Tractatus de latitudinibus*» (=TL) –que no deber ser confundido con LF–, en los ff. 136r-138v:

<1> f. 136r-v: «utrum omnis latitudo uniformiter difformis correspondat suo gradu medio. Arguitur quod non et volo quod *a* moveatur uniformiter difformis per totam istam horam intendendo motus suum a non gradu usque ad gradum ut 8...».

<2> f. 136v-137r: «utrum intensio mixti, scilicet calidi vel frigidi habeat attendi penes excessum unius qualitatis super suam contrariam qualitatem ut quod omne calidum sit ita calidum secundum unum simplex quid foret calidum per totum illo excessu quo excedit caliditas frigiditatem eius vel econtrario. Arguitur quod non et...».

<3> f. 137r-v: «utrum velocitas augmentationis habeat attendi penes proportionalem quantitatem de novo uniformiter in tanto tempore vel in tanto acquirenda. Arguitur quod non quia si sic sequeretur...».

<4> f. 137v-138v: «utrum velocitas alterationis habeat penes maximam latitudinem forme que uniformiter acquireretur in aliquo subiecto maiore vel minore in tanto tempore vel in tanto. Arguitur quod non quia ex ista opinione sequuntur multe conclusiones impossibiles...». (Final de la *quaestio*): «...suscipiendo actionem ipsium *a* cum ipsum sit eque intense calidum sicut *a* et caetera. *Et sic finitur tractatus de latitudinibus*».

Como se ve, esta última cuestión termina con un título, «*Tractatus de latitudinibus*», cuya validez y alcance será todavía necesario determinar³³. Como quiera que esto sea, lo cierto es que la parte de **B** que es común a **R**, la parte en la que se resume las *Regule* de Heystebury, se repite en **Pa**. Este último texto, copiado por Johannes Monachus dentro del tratado LF, representa una resumen o un extracto de la misma fuente, tal vez directamente de **R** o **B**³⁴. Valga solamente este ejemplo siguiendo esencialmente el texto de **B** (f. 131r) y dando las variantes de **R** y **Pa** (nótese la omisión por *homoioteleuton*):

De uniformitate et difformitate qualitatum est sciendum quod quedam qualitas³⁵ est uniformis

ville de Bruges, (Catalogue général des manuscrits des bibliothèques de Belgique II) Gembloux, Paris 1934, pp. 523-525 y A. de Poorter – M. Alliaume, «Catalogue des manuscrits mathématiques et astronomiques de la Bibliothèque de Bruges», *Annales de la Société d'Emulation de Bruges* 65 (1915-1922) 13-50 (esp. 20-22). Estoy muy agradecido a Evelien Hauwaerts por su amable y competente ayuda con éste y otros manuscritos de la Openbare Bibliotheek de Brugge.

³³ Del folio 138 recto al verso hay un cambio abrupto de mano. Además, no queda claro si este título sería válido para todo el texto o solamente para las cuestiones.

³⁴ Para una descripción completa del manuscrito que contiene varios textos de o atribuidos a Oresme y una transcripción de pasaje aquí en cuestión, véase D.A. Di Liscia, «*Excerpta de uniformitate et difformitate*: Una compilación físico–matemática en Ms. Paris, Bl. de l' Arsenal, Lat. 522 hasta ahora desconocida», *Patristica et Mediaevalia* 27 (2007) 1-28.

³⁵ quedam qualitas] qualitas quedam **Pa**

et quedam difformis. Qualitas³⁶ uniformis est qualitas³⁷ cuius quelibet pars est eque intensa cum toto, sic³⁸ quod ipsa³⁹ non sit⁴⁰ intensior in una parte quam in alia, sicut albedo uniformis dicitur talis⁴¹ cuius quelibet pars est eque intensa cum tota⁴², et corpus⁴³ uniformiter calidus⁴⁴ dicitur esse calidum cuius quelibet pars est eque intensa calida⁴⁵ sicut totum. Et secundum sciendum est⁴⁶ quod si albedo uniformis extendatur⁴⁷ per aliquod subiectum tunc una pars eius bene⁴⁸ dicitur esse maior alia, sicut⁴⁹ albedo extensa per totum corpus dicitur esse maior quam albedo extensa per quartam partem illius corporis⁵⁰ sed tamen extensa per totum corpus non est intensior quam albedo extensa per partem illius corporis⁵¹, et hoc si tota albedo sit uniformis, quia una albedo bene dicitur⁵² maior alia⁵³ propter hoc quod extenditur per maius subiectum sed propter hoc non est intensior, nam si totus Sortes⁵⁴...

3.b. Biagio Pelacani y Jacques Almain

Desde los trabajos de Duhem y Wieleitner se ha tomado noticia de una serie de autores interesados en las «series», algunas de las cuales hemos visto antes⁵⁵. Por supuesto, no ha pasado desapercibido el hecho de que algunos de ellos ya tenían conocimiento de esta «*conclusio mirabilis*». Un caso importante, discutido hasta los últimos trabajos de Maier y Clagett, es la recepción de la *conclusio mirabilis* en el comentario del médico florentino Bernardo Torni a las *Regule* de Heytesbury. En este texto, publicado en la edición de las *Regule* de 1494, Torni ofrece una reconstrucción de una conclusión que él caracteriza como «pulchra» y

36 qualitas] *om.* **R**

37 qualitas] *om.* **R**

38 sic] ita **R**

39 ipsa] *om.* **R**

40 sit] est **Pa**

41 talis] *om.* **PaR**

42 tota] toto **PaR**

43 sicut albedo... et corpus] unde **R**

44 calidus] calidum **R**; post calidum] cuimodo *scr. et del.* **B**

45 intensa calida] calida *om.* **Pa**, intensa *om.* **R**

46 Et secundum sciendum est] et est sciendum **R**, sciendum est *om.* **B**

47 extendatur] intendatur **Pa**

48 bene] *om.* **R**

49 sicut] scilicet **R**

50 illius corporis] corporis illius **Pa**

51 sed tamen extensa ...partem illius corporis] *om. (hom.)* **PaR**

52 bene dicitur] dicitur bene **R**

53 alia] altera **PaR**

54 totus Sortes] Sortes totus **Pa**

55 P. Duhem, *Études*, cit., pp. 263-555, y Wieleitner, «Zur Geschichte der unendlichen Mittelalter...», cit.

su prueba como «pulcherrima». Una comparación de la versión que Torni ofrece de esta demostración con el texto que venimos discutiendo CM deja poca duda acerca del hecho de que se trata de la misma demostración. Lo más sorprendente es que Torni dice haber leído esta conclusión en una colección de *sophismata* de Nicole Oresme, quién –atestigua Torni– declara allí que es una «conclusio mirabilis»⁵⁶. Maier piensa que de hecho Torni ha tenido acceso a un texto de Oresme, una colección *sophismata*, que se ha perdido⁵⁷.

Torni es tal vez el primero en mencionar el nombre de Oresme como autor de una obra en la cual ha leído esa demostración, pero no es ni el primero en utilizarla ni el último en traer a colación el nombre de Oresme en conexión con esta demostración. Varios años antes que él, el famoso lógico y filósofo Biagio Pelacani da Parma, una figura central en la recepción de la tradición de los *calculatores* en Italia y específicamente con respecto a la tradición del tratado LF⁵⁸, incluye una detallada discusión de la misma demostración en su comentario al tratado de las proporciones de Bradwardine. En una larga cuestión sobre la medida del movimiento según los efectos, Biagio discute un *casus* que el mismo caracteriza como una dificultad: supongamos que un cuerpo *a* que se mueve durante una hora y en la primera parte proporcional (de la hora dividida según la proporción 2:1) se mueve con cierta velocidad, en la segunda el doble más velozmente, en la tercera el triple, en la cuarta el cuádruple y así en adelante⁵⁹, entonces: ¿cuál es la rela-

⁵⁶ *Bernardi Tornii florentini medici ac philosophi in capitulum de motu locali Hentisberi quedam annotata incipiunt* (in Heytesbury, cit., ff. 73^{va}-77^{va}). «Declaraturus quedam circa <regulas> Hentisberi de motu locali. Primo circa textum primi capituli de tribus predicamentis dubia et expositiones ponam (...)», f. 77^{va}. «Cum his diebus a lectionibus vacassem, venit in mente *conclusionem* quandam Nicolaum Orem in suis *sophismatibus* declarasse, quam dicit esse mirabilem. Pulchra itaque est conclusio et pulcherrima probatio», f. 76^{vb}. Clagett ofrece el pasaje completo en su edición de DC, pp. 506-507. Clagett, no obstante, compara este texto con «that of the author of A est unum calidum», lo cual contribuyó poco al entendimiento de un problema textual que es por sí mismo muy complicado. Información adicional sobre Torni se encuentra en M.M. Montelli, *Opuscoli filosofici e medici*, La Nuova Italia Editrice, Firenze 1982.

⁵⁷ Maier, *An der Grenze*, cit., p. 383.

⁵⁸ D.A. Di Liscia, «Biagio Pelacani da Parma's Geometrisation of Latitudes and the Problems of the Mean Degree Theorem», in J. Biard – A. Robert (eds.), *La philosophie de Blaise de Parme. Physique, Psychologie, Éthique*, Sismel, Firenze 2019, pp. 129-152.

⁵⁹ Biagio Pelacani da Parma, *Questiones circa Tractatum proportionum Bradwardini*, ed. J. Biard – S. Rommevaux, J. Vrin, Paris 2005: Undecimo queritur utrum velocitas in motibus sit | attendenda penes maximum effectum in tanto vel in tanto tempore acquisitum vel acquisibile (p. 160 y ss.). El pasaje comienza en p. 180 de esta edición: «Alius casus: pono casum quo *a* mobile moveatur per horam, et in prima medietate hore moveatur aliqua velocitate, et in secunda

ción entre la distancia recorrida en todo el intervalo de tiempo y la primera parte proporcional? La respuesta, adelanta Biagio, es 4. La prueba que ofrece utiliza el mismo método de «pedir prestado» grados que aparecerán en el futuro no dejando lugar a dudas de que él ha tenido acceso a la *conclusio mirabilis*. El paralelismo cuando Biagio advierte sobre validez general para toda la teoría del movimiento local, cualitativo y cuantitativo:

<i>CM</i>	Biagio Pelacani da Parma
et illud est generale in motu locali, alterationis, augmentationis et ubicumque ymaginatur aliquid acquiri successive ⁶⁰ .	Et illud est general in motu locali, alterationis et augmentationis, et ubicumque ymaginaveris aliquid moveri successive ⁶¹ .

Biagio tiene que haber tenido la impresión de estar discutiendo algo muy especial porque aclara al lector que debe prestar atención al efecto general de la prueba y al hecho de que de ella pueden inferirse casos menores, «trivialia»⁶². ¿Es ésta una referencia a los ejercicios sophismaticos? No podemos excluir la posibilidad de que Biagio haya tenido en sus manos incluso ese mismísimo manuscrito S que ahora está en Sevilla.

Finalmente, es conveniente agregar todavía un caso más que documenta muy bien la pervivencia de la *conclusio mirabilis* en textos físico-matemáticos tardo medievales. Como es bien conocido, los textos de los *calculatores* fueron asiduamente estudiados en París por varios autores pertenecientes al «círculo de John Maior», en el cual se empleaba a menudo el material calculatorio para comentar los textos de Aristóteles. En una obra hasta ahora muy poco estudiada, Jacques Almain, más conocido por sus trabajos sobre teología y filosofía práctica, discute en detalle varios de los aspectos cuantitativos relativos a la teoría del movimiento. Luego de discutir varios casos particulares, Almain hace lugar al final a la presentación de

una cierta proposición cuya prueba es difícil e ingeniosísima: Y tal es la proposición: si el

parte proportionali hore moveatur in duplo velocius, et in tertia in triplo velocius, et in quarta in quadruplo velocius, et sic in infinitum secundum processum numerorum, tunc est difficultas quomodo se habet totum spatium pertransitrum in hora ad spacium pertransitum in prima parte proportionali hore» (p. 180).

⁶⁰ Siguiendo el texto en Busard, «Unendliche...», p. 394.

⁶¹ Biagio Pelacani da Parma, *Questiones...*, cit., p. 181.

⁶² «Quam conclusionem bene teneas diligenter, quia ex ea potero inferre corollaria multum general et trivialia», loc. cit.

móvil a se moviera con una cierta velocidad en la primera parte de una hora, y en la segunda el doble más velozmente, y en tercera el triple, en la cuarta el cuádruple y así siempre aumentando, recorrerá en toda la hora precisamente el cuádruple de lo que había recorrido en la primera parte⁶³.

También aquí la demostración se lleva a cabo empleado el método de «préstamo de grados», perfectamente coincidente con la *conclusio mirabilis* y no con el método geométrico del DC de Oresme. ¿Cuál es la fuente de Almain? Uno de los aspectos más intrigantes de este texto es que el impreso conlleva la observación marginal: *Nicholay Oreny*. Si Almain no ha tomado esta demostración del CD ¿ha tenido entonces acceso directo al texto perdido de los *Sophismata* de Oresme? Es posible, pero necesario y, de hecho, parece poco probable. Almain, interesado sobre todo en una reconstrucción lógica de una prueba que considera no sólo muy ingeniosa sino también terriblemente difícil, reelabora la discusión usando la estructura lógica de las *consequentiae* sobre la base de la discusión previa llevada a cabo por Bernardo Torni, a quién no menciona. Almain, establece primero dos axiomas, uno físico y otro matemático⁶⁴. Luego intenta reconstruir la demostración comparando las distancias recorridas por dos cuerpos a y b tratando de establecer la implicación a partir de un antecedente formado por dos proposiciones en

⁶³ Jacques Almain, *Embamata phisicalia*, Paris 1506: «Ponitur tamen in fine quedam propositio cuius probatio difficilis (difficilis] ex diffilis correxi) est et ingeniosissima. Et est talis propositio: si a mobile aliqui velocitate in prima parte hore moveatur, et in secunda <in duplo> velocius, in tertia in triplo, in quarta in quadruplo, et sic semper augendo, quadruplum precise pertransibit in totali hora ad spacium pretransitum in prima <parte>» (f. 59^a, cursivas mías, la demostración se extiende hasta 59^b). La calidad de impresión es muy pobre, el texto contiene varios errores. El manuscrito 7-6-12 de la Bibl. Capitular y Colombina de Sevilla contiene una copia incompleta (también de baja calidad) realizada por Antonio de Toledo, como él mismo atestigua, llamado «Lugdunensis».

⁶⁴ Ibid.: «Pro probatione supponitur, primo: <1> in aliquo gradu motus in aliquo tempore aliquod spacium pertranseat, in quolibet alio tempore equali tamen de spacio natum est eodem gradu pertransiri; scilicet illa suppositio claret ex dictis. Supponitur <2> secundo quod si aliquod dividatur in partes proportionales proportione dupla, qualis est proportio prime ad secunda talis est proportio totius ad omnes praeter primam. Et hec suppositio est certissima, quia aggregatum ex omnibus praeter primam est equalis prime (est equalis prime] in quaeprime **Ed**), ymo quacumque parte proportionali accepta illa erit aggregato ex omnibus sequentibus» (59^ab). Evidentemente, si para V_1 vale un e_1 en un cierto t_1 , entonces, para «otro» $t_n=t_1$ y «otra» $V_n=V_1$ el espacio sería también $e_n=e_1$. La segunda suposición es fundamental para el método del «préstamo de grados». Sea un «totum» T formado de partes $T=\{P_1+P_2+P_3+\dots+P_n\}$, y sea T dividido según la proporción 2:1 *ad infinitum*. Entonces $\frac{P_1}{P_2} = \frac{T}{(P_2+\dots+P_n)}$.

conjunción que llama «mayor», mientras que cada una de las proposiciones son llamadas «prima pars antecedentis» y «secunda pars antecedentis»⁶⁵.

Observaciones finales

El infinito y sus paradojas han ocupado a los filósofos y científicos interesados por el problema de los fundamentos desde Aristóteles hasta Bolzano y Cantor. El problema discutido en este trabajo es un buen ejemplo del enfoque típico mediante el cual los *calculatores* abordan un problema. Partiendo de un caso aislado presente en el famoso *Liber calculationum* de Swineshead hemos visto como se despliega históricamente una serie de problemas y una tradición de textos que llega, cuanto menos, hasta comienzos del siglo XVI. La discusión filosófica sobre la naturaleza del infinito pasa a segundo plano o, al menos esto podemos afirmar con certeza, deja de ser explícita. Se trata esencialmente de un problema matemático planteado en el marco de la filosofía natural y abordado desde un punto de vista geométrico, aritmético o con énfasis en la estructura lógica de la prueba.

El texto central, cuya tradición he tratado de reconstruir dentro de los límites de este modesto trabajo merecerá todavía mayor atención en próximos trabajos, en los cuales presentaré todavía más material conectado con este grupo de problemas así como también una edición a partir de todos los manuscritos conocidos de *CM*. Entretanto, parece ser verdaderamente el caso: la *demonstratio subtilior et difficilior* a la cual Oresme se refiere en su *DC* coincide muy bien con la *conclusio pulchra, mirabilis et bona* (que en este trabajo he llamado «conclusio mirabilis») transmitida en el texto *CM* contenido en varios manuscritos. Ésta tiene que ser también la prueba que emplea Biagio Pelacani y que Bernardo Torni, comentando a Heytesbury, dice haber leído en los *Sophismata* de Oresme. Asimismo, parece fuera de discusión que ésta sea la *conclusio cuius demonstrationis <est> difficilis et ingeniosissima* según Almain, quién da al margen la indicación de origen: Nicole Oresme.

Recién ahora, una vez realizado un estudio del material pertinente, no antes, podemos decir con fundamentos que la *conclusio mirabilis* es atribuible a Ores-

⁶⁵ Con e para los espacios recorridos por dos cuerpos a y b , la estructura general de la reconstrucción intentada por Almain, sería: $[(e_a = e_b) \wedge (e_a = 4 \cdot 1)] \rightarrow e_a = \frac{4}{1}$. En tal caso, las expresiones entre paréntesis son las primera y segunda parte del antecedente; ambas en conjunción la «maior».

me. Vale destacar, no obstante, que el estado actual de la cuestión exige al menos tanta precaución como entusiasmo.

Un aspecto a analizar en futuras investigaciones es el hecho de que en *CM* también aparece la serie [4], que Oresme asimismo demuestra geométricamente en DC. Pero, entonces: ¿es este hecho un indicador a favor o *en contra* de que Oresme es el autor del texto *CM*? Pues, ¿por qué Oresme no habría introducido también aquí una autoreferencia, como lo hizo en el capítulo anterior, advirtiendo que esto ya lo habría probado de otra manera en otra oportunidad? ¿O quizás es *únicamente* este breve texto *CM* autoría de Oresme y todos los demás textos adyacentes 2-6, especialmente 6, no son más que complementos agregados por la tradición fluctuante de un texto que ni siquiera los medievales mismos llegaron a conocer como tal? La coincidencia de contenido es ciertamente un argumento a favor. El mayor problema consiste todavía, esto espero haberlo presentando con alguna claridad, en la determinación del texto mismo, cualquiera sea su autor.